II / g(x)=sin(sinx)

1) a) $\forall x \in D_g = \mathbb{R}$

on a : $(x+2\pi) \in D_g$

$g(x+2\pi) = \sin(\sin(x+2\pi)) = \sin(\sin x) = g(x)$

d'où 2π est une période de g

b) $\forall x \in D_g = \mathbb{R}$ on a : $(-x) \in D_g$

$g(-x) = \sin(-\sin x) = -\sin(\sin x) = -g(x)$

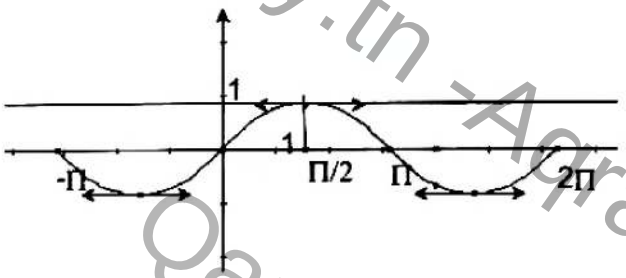
d'où g est impaire

c) g'(x)=cosx.cos(sinx) $x \in [0,\pi]$

$\sin x \in [0,1] \Rightarrow \cos(\sin x) > 0$

le signe de g'(x) est celui de : cosx

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
f'(x)	2	+	0	-	0
f(x)	0	↗	Sin(1)	↘	0



EX 41 :

$D_f = \mathbb{R}$

I / $f(x) = x.\sqrt{|x^2 - x|}$

1)

x	-∞		0		1		+∞
x^2-x		+	0	-	0	+	

* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x.\sqrt{x^2 - x} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2 - x} = +\infty$

* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x.\sqrt{x^2 - x} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2 - x} = +\infty$

(ζ_f) admet deux branches paraboliques

de direction celle de $(O,\vec{j})$

2) a) $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x\to0} \sqrt{|x^2 - x|} = 0$

d'où f est dérivable en 0 et f '(0)=0

b) $\lim\limits_{x\to1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim\limits_{x\to1^+} \frac{x.\sqrt{x(x-1)}}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to1^+} \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim\limits_{x\to1^-} \frac{x.\sqrt{x(1-x)}}{x-1}$

$= \lim\limits_{x\to1^-} \frac{-x\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = -\infty$

f non dérivable en 1

(ζ_f) admet une demi tangente verticale au

point d'abscisse 1

3) a) * pour $x \in]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$

$f(x) = x.\sqrt{x^2 - x}$

$f'(x) = \sqrt{x^2 - x} + \frac{(2x-1).x}{2.\sqrt{x^2 - x}} = \frac{x.(4x-3)}{2\sqrt{x^2 - x}}$

* pour $x \in]0,1[$; $f(x) = x.\sqrt{x - x^2}$

$f'(x) = \sqrt{x - x^2} + \frac{(1-2x).x}{2.\sqrt{x - x^2}} = \frac{x.(3-4x)}{2\sqrt{x - x^2}}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn